

§ Forces centrales et gravitation

Une force qui accélère les corps en les approchant du centre d'un corps à symétrie centrale est dite **force centripète**.

Une force qui accélère les corps en les éloignant du centre d'un corps à symétrie centrale est dite **force centrifuge**.

L'astronome Nicolas COPERNIC a convaincu les scientifiques de son temps que toutes les planètes du système solaire sont attirées par le soleil et tournent autour de lui.

Johann KEPLER a élaboré ses trois lois à partir des résultats des observations de son maître Tycho BRAHE et de ses propres travaux.

Première loi : l'aire balayée par le segment de droite joignant le centre d'une planète et celui du Soleil est proportionnelle au temps et est indépendante de la distance qui les sépare.

Deuxième loi : la forme des orbites suivie par le centre d'une planète est une ellipse dont un des foyers est occupé par le centre du Soleil.

Troisième loi (table 2) : le carré de la période des planètes autour du Soleil et le cube de la longueur du demi-grand axe de sa trajectoire sont proportionnels.

Ellipse (figure 1) : c'est l'ensemble des points d'un plan dont la somme des distances qui les sépare de deux points donnés est constante. Les deux points donnés sont appelés **foyers**.

Grand axe : c'est la distance GG' .

Petit axe : c'est la distance PP' .

Demi-grand axe : c'est la distance OG .

Excentricité : c'est le quotient $\frac{OF}{OG}$.

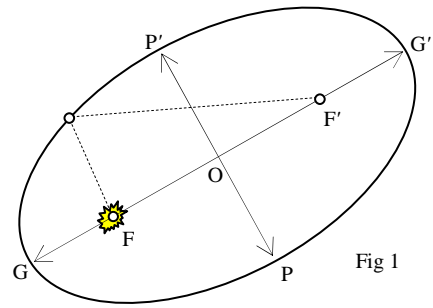


Fig 1

	Demi-grand axe R	R^3	Période T	T^2	a^3/t^2
Mercure	57 900 000	$1,94 \cdot 10^{23}$	88	$7,74 \cdot 10^3$	$2,51 \cdot 10^{19}$
Vénus	108 000 000	$1,27 \cdot 10^{24}$	224	$5,02 \cdot 10^4$	$2,53 \cdot 10^{19}$
Terre	150 000 000	$3,35 \cdot 10^{24}$	365	$1,33 \cdot 10^5$	$2,52 \cdot 10^{19}$
Mars	228 000 000	$1,18 \cdot 10^{25}$	687	$4,72 000 \cdot 10^5$	$2,50 \cdot 10^{19}$
Jupiter	778 000 000	$4,72 \cdot 10^{26}$	4 333	$1,88 \cdot 10^7$	$2,51 \cdot 10^{19}$
Saturne	1 426 000 000	$2,90 \cdot 10^{27}$	10 759	$1,16 \cdot 10^8$	$2,50 \cdot 10^{19}$
Uranus	2 870 000 000	$2,36 \cdot 10^{28}$	30 685	$9,42 \cdot 10^8$	$2,51 \cdot 10^{19}$
Neptune	4 498 000 000	$9,10 \cdot 10^{28}$	60 266	$3,63 \cdot 10^9$	$2,51 \cdot 10^{19}$

Table 1

R^3	T^2
1	k
K	1

Table 2

Théorie de la gravitation universelle de NEWTON : tous les corps s'attirent mutuellement proportionnellement à leurs masses.

Formule de calcul de la force d'attraction.

Hypothèses : les orbites sont des ellipses, mais d'excentricité très proches de zéro : la distance entre l'attracteur en F et le centre de symétrie O est négligeable. En conséquence le mouvement de la planète est assimilé à un mouvement circulaire uniforme. La planète subit donc une force centripète F d'intensité F liée mathématiquement au rayon de l'orbite lui-même assimilé au demi grand axe.

La force est définie à partir de l'accélération centripète du mouvement circulaire uniforme qu'elle produit, laquelle est donnée par $a = R \omega^2$.

Selon la loi de NEWTON, on a $F = m a$ donc $F = m R \omega^2$.

Mais ω s'exprime à partir de la période selon $\omega = \frac{2\pi}{T}$ donc $\omega = 2\pi \frac{1}{T}$ au carré $\omega^2 = 4\pi^2 \frac{1}{T^2}$. Le tableau 2 donne

$$\frac{1}{T^2} = \frac{K}{R^3} = K \frac{1}{R^3} \text{ donc } F = m R 4 \pi^2 \frac{1}{T^2} \text{ donc } F = m R 4 \pi^2 K \frac{1}{R^3} \text{ donc } F = m 4 \pi^2 K \frac{1}{R^2}.$$

Ici, m est la masse de la planète et $4\pi^2 K$ est une constante indépendante de la planète étudiée.

Mais comme la force d'attraction est sentée être proportionnelle à la masse M de l'attracteur (ici le Soleil) on doit avoir (table 3) $4\pi^2 K = G M$.

Conclusion : **tous les corps sphériques de masses m et M s'attirent mutuellement avec la force**

$$F = G \frac{m M}{R^2}. \text{ Quant à } G \text{ elle est nommée } \textbf{constante de gravitation}.$$

L'unité de G est le $\text{kg}^{-1} \text{m}^3 \text{s}^{-2}$. Soit u l'unité de G : elle est solution de l'équation $\text{kg m s}^{-2} = u \text{ kg kg m}^{-2}$ qui en multipliant par $\text{kg}^{-1} \text{m}^2$ donne $\text{kg}^{-1} \text{m}^3 \text{s}^{-2} = u \blacksquare$

Coefficient	Masse de l'attracteur
$4\pi^2 K$	M
G	1

Table 3