§ Mise en rotation d'un objet ponctuel

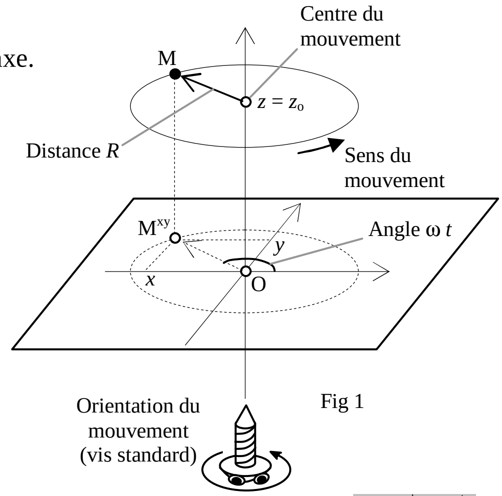

Fig 1

Cette notion est liée à la mise en rotation des solides autour d'un axe.
Considérons pour commencer un mouvement circulaire non uniforme d'un corps ponctuel :
La loi de position est (figure 1)
$x = R \cos \theta$, $y = R \sin \theta$ et $z = z_o$,
donc par application du mouvement sinusoïdal accéléré

$$v^{x} = R\, \omega \cos\left[\theta + \frac{\pi}{2}\right],\ v^{y} = R\, \omega \sin\left[\theta + \frac{\pi}{2}\right],\ v^{z} = 0.$$

$$a^{x} = R \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \cos\left[\theta + \frac{\pi}{2}\right] + R\, \omega^2 \sin\left[\theta + \pi\right],$$

$$a^{y} = R \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \cos\left[\theta + \frac{\pi}{2}\right] + R\, \omega^2 \sin\left[\theta + \pi\right],$$

$$a^{z} = 0.$$

Interprétation de ces formules : le vecteur accélération est la somme de deux vecteurs accélération $\mathbf{a} = \mathbf{a}^{\downarrow} + \mathbf{a}^{\llcorner}$: l'**accélération centripète** $\mathbf{a}^{\downarrow}$ de coordonnées $a^{\downarrow x} = R\, \omega^2 \cos\left[\theta + \pi\right]$, $a^{\downarrow y} = R\, \omega^2 \cos\left[\theta + \pi\right]$, $a^{\downarrow z} = 0$, la même que pour les mouvements circulaires uniformes, et qui est de sens opposé au vecteur position,
$a^{\downarrow x} = -\, \omega^2 x$, $a^{\downarrow y} = -\, \omega^2 y$, $a^{\downarrow z} = 0$, bref, $\mathbf{a}^{\downarrow} = -\, \omega^2\, \mathbf{r}$, et
l'**accélération tangentielle** $\mathbf{a}^{\llcorner}$ de coordonnées

$a^{\llcorner x} = R \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \cos\left[\theta + \frac{\pi}{2}\right]$, $a^{\llcorner y} = R \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \sin\left[\theta + \frac{\pi}{2}\right]$, $a^{\llcorner z} = 0$. **C'est l'accélération de la rotation**.

En élevant au carré et en additionnant on trouve à gauche le carré de la longueur $a^{\llcorner}$ des flèches du vecteur $\mathbf{a}^{\llcorner}$ et à droite le carré de $R \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$ donc, le signe de la dérivée étant tantôt positif, tantôt négatif $a^{\llcorner} = \pm R \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$.