

§ Mouvement circulaire uniforme

Suivons du regard un point marqué M sur un solide tournant sur un axe perpendiculaire au plan de la figure 1. Le point M se déplace sur le plan de la figure 1. Sa trajectoire est en noir. Outre les axes Ox et Oy visibles sur la figure, il faut imaginer l'axe des cotes perpendiculaire au plan de la figure et que la cote z de M reste constante. La distance au centre est r et le vecteur position est **r**. En coordonnées circulaires

$$x = r \cos(\omega t + \theta_0) \text{ et } y = r \sin(\omega t + \theta_0) \text{ et } z = z_0.$$

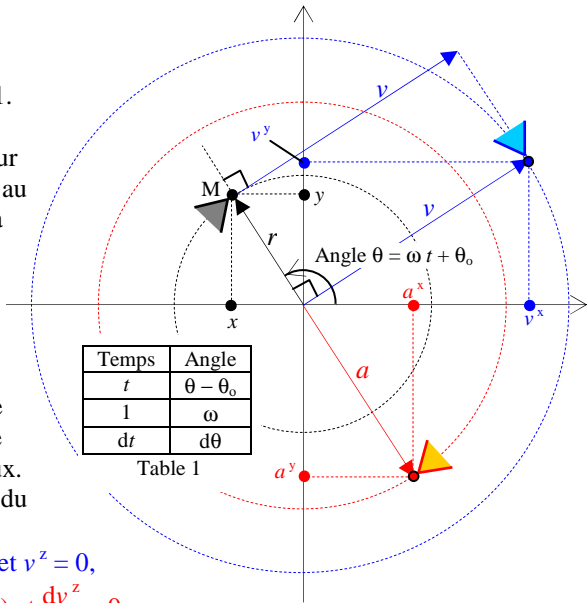
Il est pratique d'écrire

$$x = r \sin(\omega t + \theta_0 + \pi/2) \text{ et } y = r \sin(\omega t + \theta_0) \text{ et } z = z_0.$$

En effet, nous pouvons regarder le mouvement circulaire uniforme comme trois mouvements simultanés le long de chacun des trois axes, les deux premiers étant cosinoïdaux. Par analogie, on trouve les expressions des coordonnées du vecteur vitesse et du vecteur accélération :

$$v^x = r \omega \sin(\omega t + \theta_0 + \pi), v^y = r \omega \sin(\omega t + \theta_0 + \pi/2) \text{ et } v^z = 0,$$

$$a^x = r \omega^2 \sin\left(\omega t + \theta_0 + \frac{3\pi}{2}\right), a^y = r \omega^2 \sin(\omega t + \theta_0 + \pi) \text{ et } \frac{dv^z}{dt} = 0.$$



Définition : la vitesse angulaire est $\omega = \frac{d\theta}{dt}$. Le **mouvement circulaire uniforme**

est défini comme ayant une vitesse angulaire constante (table 1). On a donc $\theta = \omega t$ et $d\theta = \omega dt$.

Interprétation géométrique

Le vecteur vitesse est en avance d'un angle droit sur le vecteur position et sa longueur est celle du vecteur position multiplié par la vitesse angulaire.

Le vecteur accélération est en avance d'un angle plat sur le vecteur position et sa longueur est celle du vecteur position multiplié par le carré de la vitesse angulaire.

Période, fréquence, vitesse angulaire, vitesse métrique (table 2)

Symboles habituels :

t = temps écoulé

θ = angle position

L = arc position

N = nombre de tours

T = période

ω = vitesse angulaire

R = rayon du mouvement

V = vitesse métrique

f = fréquence

La table 2 décrit la proportionnalité entre ces neuf grandeurs. Il permet d'établir quelques quarante formules mathématiques d'usage courant.

Temps	Angle	Arc	Tours	
T	2π	$2\pi R$	1	Définition de la période T
1	ω	V	f	Autres définitions
t	θ	L	N	Instant et position

Table 2